

4/10/2016.

{ στοιχεία  
συμπεριφορά }

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ

Όχι τι έχει λάβα

και πως συνδέονται μεταξύ τους

Εκπαιδεύεται το σύστημα

με πράξεις  $\rightarrow$  ΝΑΙ. Τι ιδιότητες ικανοποιούν οι πράξεις  
 $\downarrow$   
ΟΧΙ ΑΡΧΗΤΟ!

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$   
 $\uparrow$   
φυσικοί αριθμοί

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$

Πρόσθεση  $a+b \in \mathbb{N} \quad \forall a, b \in \mathbb{N}$

Πολλαπλασιασμός  $a \cdot b \in \mathbb{N}$

Ανάγκη "αυθιχώς"

$a, b \quad \exists c; \quad a+c=b$   $\downarrow$  αυθιχώς  
 $5 = 2, \quad 5+ = 0$

$\rightarrow$  Το 0 είναι αυθιχότερο στοιχείο. Έχει την εγγής ιδιότητα  $a+0=a$ .

$\rightarrow$  Το 1 είναι αυθιχότερο στοιχείο  $a \cdot 1 = a$ .

$(\mathbb{N}, +)$  είναι καλά ορισμένο αλλά δεν έχει αντίθετους.

Πρέπει να μεγαλώσει!

$a + \infty = 0$   
 $\text{III} \rightarrow \text{ισοδυναμία}$   
 $(a+1) + \infty = 1$

$\rightarrow$  ΜΑΘΟΣ!

$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\} \supseteq \mathbb{N}$

$\uparrow$   
Απόφαση

$\forall a, c \in \mathbb{Z} \quad \exists b \in \mathbb{Z}$  ώστε  $a+b=c$ .

$(\mathbb{Z}, +)$  έχει καλύτερες ιδιότητες από το  $(\mathbb{N}, +)$ .

$$a, c \in \mathbb{Z} \exists b : ab = c$$

$7 \times 9 = 5$  δεν υπάρχει.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^*, (p, q) = 1 \right\}$$

↑  
Ρητοί

$(\mathbb{N}, +)$  καλά ορισμένη  $(\{1, 2, 3\}, +)$  όχι καλά ορισμένη.

$(\mathbb{N}, \cdot)$  καλά ορισμένη  $(\{1, 2, 3\}, \cdot)$  όχι καλά ορισμένη.

0 ουδέτερο στοιχείο πρόσθεσης  $\Leftrightarrow \forall a \in \mathbb{N}, a + 0 = a$

1 ουδέτερο στοιχείο πολλαπλασιασμού  $\Leftrightarrow \forall a \in \mathbb{N}, a \cdot 1 = a$ .

$\mathbb{N}$  δεν έχει "αντιθέτως"  $a + a' = 0$  ; ; ;

"Βάψουμε" αντιθέτως στο  $\mathbb{N}$  και δημιουργήσουμε το  $\mathbb{Z}$  σύνολο ακεραίων.  $= \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$

$$\mathbb{Z} \cong \mathbb{N}$$

$(\mathbb{Z}, +)$  καλά ορισμένη με όλες τις ιδιότητες

$(\mathbb{Z}, \cdot)$  καλά ορισμένη όχι όλες τις ιδιότητες

$$\forall a \neq 0 \nexists b \text{ με } a \cdot b = 1 \quad (\dagger)$$

Πρέπει να "μεγαλώσουμε" το  $\mathbb{Z}$  ώστε να μην έχουμε πρόβλημα με την  $(\dagger)$

Ρητοί = κλάσματα

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^*, (p, q) = 1 \right\}$$

$(\mathbb{Q}, +)$  καλά όζα

$(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  καλά καλά

$(\mathbb{Q}, \cdot)$  καλά όζα

